## УДК 532.5.013.4;536.42

# А.В.Коржонов, В.И. Леденев, Ф.Х. Мирзоев ИССЛЕДОВАНИЕ АЗИМУТАЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОИ ФАЗЫ В КАНАЛЕ ПРОПЛАВЛЕНИЯ

Рассмотрена неустойчивость слоя расплавленного металла на стенках канала проплавления. Получено и численно исследовано дисперсионное уравнение для малых азимутальных возмущений свободной поверхности расплава. Продемонстрирована возможность появления азимутальных монотонно нарастающих деформаций поверхности. Определены их характеристики и условия возникновения.

Явление кинжального проплавления, возникающее при воздействии концентрированного потока световой энергии на металлы, является составной частью ряда технологических процессов (резка, сварка, сверление и т.д.). Парогазовая каверна, возникающая при этом, характеризуется большим значением отношения глубины к диаметру и в ряде случаев может быть аппроксимирована цилиндрическим каналом, стенки которого покрыты слоем расплава. Истечение паров из такого канала носит прерывистый характер [1], что позволяет предположить наличие стадии прогрева вещества и стадии испарения. Неустойчивость плоской поверхности массивной жидкости рассмотрена в ряде работ, например в [2], а цилиндрической границы – в [3]. В последнем случаев аксиальная симметрия каверны может нарушаться и доминирующую роль в возникновении неустойчивости могут играть азимутальные возмущения, роль которых исследована недостаточно. Данная работа посвящена исследованию неустойчивости расплавленного металла на стенках цилиндрической каверны относительно периодических азимутальных возмущений.

### 1.Постановка задачи.

Будем считать, ЧТО нагрев металла в цилиндрическом канале осуществляется лазерным излучением с плотностью потока I, однородно поглощаемым в приповерхностном слое металла с коэффициентом поглощения α. Пусть в результате прогрева на стенках канала образовался цилиндрический слой расплава, занимающий область  $b > a_0$ , где b,  $a_0$  - радиусы зоны расплава и недеформированной свободной поверхности жидкого металла соответственно (Фиг. 1). Для интенсивностей излучения ~ 10<sup>6</sup> Вт/см<sup>2</sup>, обычно используемых в технологических процессах, скорость движения границы плавления ~ 10 см/с. Свободная поверхность смещается за счет испарения существенно медленнее границы плавления как на стадии прогрева вещества, так и при развитии процесса испарения. В то же время скорость движения расплава при развитии неустойчивости, оцениваемая по инкременту и толщине слоя, составляет порядка нескольких метров в секунду. Это позволяет пренебречь скоростями движения границы плавления и невозмущенной поверхности испарения, предположить постоянство величин  $a_0$  и b (индекс 0 в дальнейшем опускается) на временах деформирования поверхности расплава порядка 10<sup>-5</sup> с и представить уравнение свободной поверхности в виде r = a + Z(j,t), где Z(j,t) - азимутальная деформация этой поверхности. Деформация поверхности расплава давлением пара возникает при энерговводе, меньшем в 1.5 - 2 раза порога развитого испарения (порог определяется равенством теплоотвода в расплав и потерями тепла на испарение; необходимые оценки имеются в [4]). При таких значениях энерговвода потери тепла на испарение существенно меньше отвода тепла в расплав и ими можно

пренебречь при определении распределения температуры в слое расплава. Будем рассматривать также режим испарения в вакуум или в среду с малым противодавлением. В этом случае давление отдачи паров является функцией температуры поверхности  $P_e = P_e(T_s)$ ,  $T_s = T(r=a)$  и определяет силовое воздействие на поверхность расплава [4]. Пренебрежем поглощением излучения в паровой фазе и плазмообразованием в каверне. С учетом принятых допущений исходная система уравнений и краевых условий, описывающая движение расплава на стенках каверны, может быть записана в виде

$$divV=0, \qquad \frac{\P V}{\P t} + (V\nabla)V = -\frac{1}{r}\nabla P, \qquad \frac{\P T}{\P t} + V\nabla T = c\Delta T \qquad (1.1)$$

$$T = T_m, \qquad V_r = 0, \qquad (r = b) \qquad (1.2)$$

$$P_{e} - P = -s \cdot (k_{1}(z) + k_{2}(z)) \qquad (r = a) \qquad (1.3)$$

$$\frac{dz}{dt} = -Vn, \qquad -k\frac{\P T}{\P r} = aI \qquad (r = a) \qquad (1.4)$$

Зесь  $r, V = (V_r, V_j), P, T$  - плотность, вектор скорости частиц расплава, давление в расплаве и его температура соответственно, C, k - коэффициенты температуропроводности и теплопроводности расплава соответственно, n вектор нормали к поверхности,  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  - главные кривизны поверхности,  $T_m$  температура плавления,  $\sigma$  - коэффициент поверхностного натяжения. Краевые условия (1.3), (1.4) задаются на деформированной поверхности. Уравнение (1.3) описывает непрерывность потока импульса на границе раздела жидкость-пар, в (1.4) первое уравнение есть кинематическое условие, а второе учитывает баланс тепла на свободной поверхности.

Для равновесного состояния системы из (1.1) - (1.4) имеем

$$V_r = V_j = 0,$$
  $Z(j, t) = 0;$   $P = const,$ 

$$T_{0} = T_{e} + G_{0} \ln(\frac{r}{b}), \quad G_{0} = \frac{T_{e} - T_{m}}{\ln(a/b)} \qquad T_{e} = T_{m} + \frac{aI}{k} a \ln(\frac{b}{a})$$
(1.5)

где  $T_e$  определено из (1.4).

Линеаризуя систему (1.1) - (1.4) в окрестности равновесного состояния (1.5) приходим к следующей краевой задаче: для малых возмущений потенциала скорости  $\phi(r, j, t)$  ( $v = \nabla f$ ) температуры T(r, j, t), давления p(r, j, t) и формы поверхности Z(j, t):

$$\Delta f = 0, \qquad \frac{\P f}{\P t} = -\frac{p}{r}, \qquad (1.6)$$

$$\frac{\P T}{\P t} + \frac{\P f}{\P r} \frac{G_0}{r} = c\Delta T, \qquad (1.7)$$

$$e T_s = -s k^2 z - s k^2 \frac{{\P}^2 z}{{\P} j^2}, \qquad e = \frac{{\P} P_e}{{\P} T_s}, \qquad T_s = T \quad (r = a)$$

$$\frac{\P V}{\P t} = \frac{\P f}{\P r}, \qquad \qquad \frac{\P T}{\P r} = 0, \qquad (r = a) \qquad (1.8)$$

$$\frac{\P f}{\P r} = 0$$
  $T = 0$ ,  $(r = b)$  (1.9)

где k=1/a -невозмущенная кривизна поверхности Использование краевых условий для температуры в форме (1.9) означает, что деформации поверхности не приводят к изменению поглощаемого теплового потока I = const.

Деформацию поверхности представим в виде  $z(j, t) = z_0 \exp(gt + im j)$ , где g = G + i W - инкремент неустойчивости, m = 1, 2, 3, ... - азимутальное волновое число возмущений. Из (1.6) находим потенциал скорости, удовлетворяющий условию (1.9):

$$\phi = \phi_0(r^m + b^{2m} r^{-m}) \exp(gt + imj)$$

Подставляя это выражение в уравнение (1.7), находим возмущение температуры поверхности с учетом граничных условий (1.9). Тогда из (1.8) можно получить дисперсионное уравнение

$$g^{2} + \frac{s}{ra^{3}}m(1-m^{2})e = -\frac{eG_{0}me}{ra^{2}}\left[\frac{a^{2}m^{2}}{l}(f_{1}-f_{2})+1\right], (1.10)$$

$$e = \frac{a^{2m} + b^{2m}}{a^{2m} - b^{2m}}, \qquad l = a^m + \frac{b^{2m}}{a^m} \qquad m^2 = \frac{g}{c},$$

$$S = \frac{I_m(mb)}{K_m(mb)}, \qquad f(m, m) = \frac{I_m(ma) + SK_m(ma)}{I_m'(ma) - SK_m'(ma)},$$

$$l_{1}(\mathbf{m},\mathbf{m}) = \int_{a}^{b} \left[ I_{m}(\mathbf{m}y) K_{m}'(\mathbf{m}a) - K_{m}(\mathbf{m}y) I_{m}'(\mathbf{m}a) \right] \left[ y^{m-1} - \frac{b^{2m}}{y^{m+1}} \right] dy$$

$$\boldsymbol{I}_{2}(\boldsymbol{m},\boldsymbol{m}) = \int_{a}^{b} \left[ \boldsymbol{I}_{m}(\boldsymbol{m}a) \boldsymbol{K}_{m}(\boldsymbol{m}y) - \boldsymbol{K}_{m}(\boldsymbol{m}a) \boldsymbol{I}_{m}(\boldsymbol{m}y) \right] \left[ \boldsymbol{y}^{m-1} - \frac{b^{2m}}{\boldsymbol{y}^{m+1}} \right] d\boldsymbol{y}$$

где  $I_m(x)$  и  $K_m(x)$  - модифицированная функция Бесселя и функция Макдональда соответственно.

В отсутствие испарения левая часть дисперсионного уравнения описывает дисперсию капилярных колебаний однородного слоя жидкости на внутренней поверхности каверны. Частота этих колебаний связана с номером гармоники

формулой 
$$W_m = \sqrt{\frac{s}{ra^3}m(m^2-1)e}$$

Стационарное температурное распределение в слое расплава неоднородно по радиальной координате. При наличии испарения с поверхности возмущение такого распределения поверхностной волной приводит к модуляции температуры поверхности и, соответственно, к появлению правой части дисперсионного уравнения.

# 2. Обсуждение результатов.

Корни дисперсионного уравнения (1.10) находились численно. Распределение корней на комплексной плоскости зависит от следующих параметров:  $Q = a/(se^{-1}G_0^{-1})$  - безразмерного радиуса канала, отношения D = (b-a)/a и безразмерной величины  $S = eG_0/(ra^2w_2^2)$  характеризующей воздействие на поверхность со стороны пара. Здесь  $w_2$  - частота второй гармоники невозмущенных капиллярных колебаний. Теплофизические характеристики материала соответствовали расплаву железа. Значения параметров, для которых проводились расчеты, представлены в таблице:

| NN | а                 | b                             | <b>W</b> <sub>2</sub>         | $eG_0$                 | е                        |
|----|-------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------|--------------------------|
|    | (см)              | (см)                          | ( <i>1/c</i> )                | (дин/см <sup>2</sup> ) | (дин/см <sup>20</sup> К) |
| 1  | 0.05              | 0.051                         | 1.2 10 <sup>4</sup>           | 5.0 10 <sup>7</sup>    | 970                      |
| 2  | 0.05              | 0.051                         | $1.2 \ 10^4$                  | 3.0 10 <sup>7</sup>    | 630                      |
| 3  | 0.01              | 0.020                         | $2.9 \ 10^4$                  | 1.4 10 <sup>6</sup>    | 970                      |
| 4  | 0.05              | 0.070                         | 3.2 10 <sup>3</sup>           | 2.0 10 <sup>6</sup>    | 710                      |
| 5  | 0.05              | 0.055                         | 5.6 $10^3$                    | $2.0 \ 10^{6}$         | 250                      |
| NN | $T_e$             | $Q_t$                         | $Q_e$                         | $\Gamma(m=1)$          | $\Gamma_e(m=1)$          |
|    | ( <sup>0</sup> K) | ( <i>Bm/см</i> <sup>2</sup> ) | ( <i>Bm/см</i> <sup>2</sup> ) | (1/c)                  | (1/c)                    |
| 1  | 2810              | 7.6 10 <sup>5</sup>           | $5.7 \ 10^3$                  | 3.5 10 <sup>5</sup>    | 4.3 10 <sup>5</sup>      |

| 2 | 2730 | 6.9 10 <sup>5</sup> | $3.5 \ 10^3$        | 2.7 10 <sup>5</sup> | 3.3 10 <sup>5</sup> |
|---|------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 3 | 2810 | 1.1 10 <sup>5</sup> | 5.7 $10^3$          | 5.6 10 <sup>5</sup> | $5.5 \ 10^5$        |
| 4 | 2750 | $4.2 \ 10^4$        | $4.0 \ 10^3$        | 1.8 10 <sup>4</sup> | $1.8 \ 10^4$        |
| 5 | 2550 | 1.2 10 <sup>5</sup> | 1.3 10 <sup>3</sup> | 3.3 10 <sup>5</sup> | 4.0 10 <sup>5</sup> |

Здесь  $Q_t$  и  $Q_e$  - величина теплового потока в расплав и потери на испарение (оцениваемые по методике, приведенной в работе [5]) соответственно,  $\Gamma(m=1)$  - величина инкремента первой гармоники, полученная при численном решении уравнения (1.10). Приближенная формула для определения величины инкремента первой гармоники  $\Gamma_e$  (m=1) приводится ниже. На фигурах 2 - 4 результаты исследований показаны графически. При этом введены обозначения:  $\Gamma_{\delta} = \Gamma/(w_2 S)$   $W_{\delta} = W/w_2$ .

Результаты расчетов можно сформулировать в виде следующих положений:

В общем случае корни дисперсионного уравнения группируются на комплексной плоскости в три ветви для значений  $W_{\delta} > 0$  (фиг. 2) и в симметрично расположенные относительно оси  $W_{\delta} = 0$  три ветви для значений  $W_{\delta} < 0$  (эти корни на фигуре не показаны). Первая ветвь соответствует  $G_{\delta} > 0$  и описывает нарастание колебаний поверхности расплава, вторая лежит на оси  $W_{\delta}$ =0,  $G_{\delta} > 0$  и описывает монотонную деформацию поверхности (ее гофрировку по угловой координате), наконец, третья, соответствующая значениям  $G_{\delta} < 0$ , описывает затухающие колебания поверхности расплава.

Увеличение интенсивности излучения, (связанной с параметром  $G_0 = -aIa/k$ ) приводит к росту инкрементов гармоник (соответственно к увеличению декрементов для затухающих колебаний), уменьшению числа

гармоник на ветви 1 и увели-чению их числа на ветви 2 (фиг. 3, распределения 1 и 2). При толщинах расплава сравнимых с радиусом канала существует максимум инкремента при m > 1 (фиг. 3, распределения 3 и 4). С уменьшением толщины слоя расплава наиболее нестабильной оказывается первая гармоника (фиг. 3, распределения 4 и 5). В этом случае при увеличении интенсивности излучения инкременты низкочастотных монотонно нарастающих гармоник выравниваются (фиг. 3, распределения 2 и 1). При уменьшении интенсивности излучения число монотонно нарастающих гармоник постепенно уменьшается и спектр принимает чисто колебательный характер.

Частоты колебаний расплава в условиях испарения с поверхности всегда меньше, чем частоты чисто капиллярных колебаний для тех же номеров гармоник (фиг. 4). При этом уменьшение частоты тем значительней, чем выше интенсив-ность излучения.

Для величины инкремента первой гармоники  $\Gamma_e$  (*m*=1) из результатов расчетов и уравнения (1.10) может быть получена приближенная формула

$$\Gamma_e(m=1) = w_2 \left\{ \frac{\Theta}{6} \left[ 1 + 2 \frac{(b/a)^2}{1 + (b/a)^4} \right] \right\}^{1/2},$$

определяющая значения  $\Gamma$  (*m*=1) во всем исследованном диапазоне с точностью не хуже 25%.

Результаты расчета можно интерпретировать следующим образом. Деформация поверхности расплава вызывает потоки расплава под поверхностью. Температура расплава переносится как пассивная примесь вдоль линий тока жидкости. Линии тока берут начало на элементах поверхности, смещающихся вглубь жидкости и заканчиваются на элементах, смещающихся в направлении паровой фазы (берут начало во впадинах и заканчиваются на горбах границы раздела). Следовательно при деформации поверхности во впадинах может поддерживаться более высокая температура, чем на горбах. Результатом является сохранение повышенного давления пара во впадинах по сравнению с давлением над горбами, что и вызывает неустойчивость.

Капиллярные колебания жидкости вызываются стремлением деформированной поверхности жидкости уменьшить свою площадь. Силы поверхностного натяжения направлены так, что во впадинах они поднимают жидкость к невозмущенной поверхности, а на горбах опускают к ней. Появление давления пара, опускающего жидкость во впадинах и поднимающего ее на горбах, эквивалентно уменьшению величины коэффициента поверхностного натяжения и должно приводить к уменьшению частот колебаний расплава. Это и показывают выполненные расчеты. Интересно, что сдвиг DW частоты колебаний, связанный с поверхностным испарением, обратно пропорционален номеру гармоники m: при изменении m от 12 до 24 величина  $DW_{\delta}$  может быть описана формулой  $DW_{\delta}m=const$ , причем при изменении *m* в два раза  $DW_{\delta}$ изменяется не более чем на 10% (для данных фиг. 4). Для больших значений т (m>30) сдвиг частоты более слаб и подчиняется закону  $DW_{\delta} m^{1/4} = const$ . Таким образом коротковолновая часть спектра всегда имеет колебательный характер. При уменьшении номера гармоники *т* уменьшается частота колебаний и увеличивается инкремент. При этом для некоторых значений *т* начинает выполняться неравенство G<sub>6</sub> <sup>3</sup> W<sub>6</sub> / S. С физической точки зрения это, повидимому, означает, что в данной области механизм испарительного давления на поверхность приводит к полной компенсации поверхностного натяжения и раскачка колебаний становится невозможной (эквивалентное поверхностное перестает испарительное натяжение, учитывающее давление, быть положительной величиной).

9

При дальнейшем уменьшении *m*, в области где колебания подавлены, основными процессами, определяющими поведение инкремента являются нестационарная теплопроводность, сглаживающая температурные распределения, и ограничение глубины проникновения возмущения в слой расплава толщиной этого слоя. Этим должны объяснятся стабилизация инкремента для широкого диапазона номеров гармоник для тонкого слоя расплава, а также уменьшение величин инкрементов для наиболее крупномасштабных возмущений на толстых слоях расплава.

Следует отметить, движение расплава что при m=1мо-жет интерпретироваться как его перетекание при лазерной сварке с передней стенки канала проплавления в сварную ванну. Для этого случая частота невозмущенных капиллярных колебаний  $W_l = 0$ , а инкремент может быть оценен по приближенной формуле, приведенной выше. Ранее было показано что существуют условия, при которых инкремент первой гармоники меньше инкрементов нескольких более высоких гармоник. Области значений параметров, в которых осуществляется данное условие, могут интерпретироваться как области с повышенной вероятностью дефектообразования в сварном шве.

## Заключение.

Исследование азимутальной неустойчивости поверхности расплавленного металла на стенках канала проплавления показало, что возмущения поверхности могут иметь характер монотонных деформаций или нарастающих колебаний. При этом инкременты монотонных деформаций выше инкрементов колебаний. При толщинах слоя расплава много меньших его диаметра наибольшее значение инкремента имеет первая гармоника. В свою очередь частоты гармоник

10

колебательных процессов, возникающих под действием испарения, меньше частот капиллярных колебаний тех же гармоник в отсутствие испарения.

Авторы выражают благодарность профессору В.С.Голубеву за обсуждение результатов работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект N 95-02-04556<sup>a</sup>), и Международного Научного фонда Дж. Сороса (грант NLH000).

## Литература

1. Басов Н.Г., Башенко В.В., Глотов Е.П. и др. Непрерывный и импульснопериодический режимы сварки электроионизационным СО<sub>2</sub>- лазером//Известия АН СССР, сер. физическая, 1984, т.48, с.2310-2320.

2. Левченко Е.Б., Черняков А.Л. Об устойчивости плоского фронта волны испарения жидкости //ПМТФ, 1990, N6, с.144-150.

3. Мирзоев Ф.Х., Испарительно-капиллярная неустойчивость в глубокой парогазовой каверне //Квантовая электроника, 1994, т.21, с.147-150.

 Бункин Ф.В., Трибельский М.И. Нерезонансное взаимодействие мощного оптического излучения с жидкостью//Успехи физических наук, 1980, т130, вып. 2, стр. 193 - 239.

5. Батанов В.А., Бункин Ф.В., Прохоров А.М., Федоров В.Б. Испарение металллических мишеней мощным оптическим излучением//Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1972, т63, вып. 2(8), стр. 586 - 608.

Научно-исследовательский центр по технологическим лазерам РАН.

## Подписи к рисункам

Фиг.1. Канал проплавления. 1 - лазерный луч; 2 - образец; 3 цилиндрическая парогазовая каверна; 4 - слой расплава; 5 - азимутальное возмущение поверхности.

Фиг.2. Распределение корней дисперсионного уравнения для случая  $\Theta = 100, \Sigma = 10, \Delta = 0.4$  1) ветвь нарастающих колебаний; 2) ветвь монотонных деформаций; 3) ветвь затухающих колебаний. (Цифрами вблизи точек помечены номера гармоник)

Фиг.3. Зависимость инкремента от номера гармоники для случаев, приведенных в таблице: 1) ( )  $\Theta = 2500$ ,  $\Sigma = 16.8$ ,  $\Delta = 0.02$ . Показаны гармоники с m =1,3,6,9,..., 51,52. 2) ( )  $\Theta = 1450$ ,  $\Sigma = 10$ ,  $\Delta = 0.02$ . Показаны гармоники с номерами m = 1,3,6,9,...,39. 3) ( )  $\Theta = 14$ ,  $\Sigma = 2$ ,  $\Delta = 1$ . 4) ( )  $\Theta = 100$ ,  $\Sigma = 10$ ,  $\Delta = 0.4$ . 5) ( )  $\Theta = 100$ ,  $\Sigma = 3.2$ ,  $\Delta = 0.1$ .

Фиг.4. Зависимость частоты от номера гармоники для случая  $\Theta = 100, \Sigma = 10, \Delta = 0.4.$ 

Распределения 1,2 и 3 - монотонные деформации, затухающие и нарастающие колебания соответственно; +(*eG*<sub>0</sub>=0, кривая 4)

13





Рис.1



Рис.2



Рис.3



Рис.4